

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ بازنویسی عبارت به صورت روبرو است:

$$\frac{v^7}{v^4} - \frac{v^6}{v^4} - \frac{v^5}{v^4} - \frac{v^4}{v^4} \quad \left\{ \begin{array}{l} v^7 \times v^{-4} = v^3 \\ v^6 \times v^{-4} = v^2 \text{ و } v^4 \times v^{-4} = v^0 = 1 \\ v^5 \times v^{-4} = v^1 \end{array} \right.$$

حال حاصل عبارت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v^3 - v^2 - v - 1 = 343 - 49 - 7 - 1 = 286$$

۲ - گزینه ۱

$$81 \times 3^2 = 3^4 \times 3^2 = 3^6 = 3^3 \times 3^3 = (3 \times 3)^3 = 9^3$$

۳ - گزینه ۲ صورت کسر با فاصله یک واحدی از عدد ۲ شروع شده است، پس الگوی آن $n + 1$ است. مخرج کسر عددهای مربعی با شروع از 1^2 هستند، بنابراین الگوی مخرج n^2 است. جمله

$$n^{\text{ام}} \text{ به صورت } \frac{n+1}{n^2} \text{ بوده و جمله } 5^{\text{ام}} \frac{6}{25} \text{ است.}$$

گزینه ۳ - ۴

$$\underbrace{32 \times 2^{125}}_{\text{تجزیه}} = 2^5 \times 2^{125} = 2^{130}$$

۵ - گزینه ۲

$$1 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

۶ - گزینه ۲

$$3^{120} : \text{تعداد باکتری بعد از ۲ ساعت} \rightarrow 3^{60} : \text{تعداد باکتری بعد از ۶ دقیقه (یک ساعت)}$$

۷ - گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} \text{محیط دایره} = 2\pi \times r = 2 \times \pi \times r \\ \text{مساحت دایره} = \pi \times (r)^2 = \pi \times r^2 \end{array} \right\} \rightarrow \text{مساحت} \times \text{محیط} = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^3$$

۸ - گزینه ۳

$$(0.3)^3 \times (0.5)^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^3 \times \left(\frac{5}{10}\right)^2 = \frac{3^3 \times 5^2}{10^3 \times 10^2} = \frac{3^3 \times 5^2}{10^5}$$

۹ - گزینه ۱ در ضرب دو عدد توان‌دار اگر توان‌ها برابر باشد، یکی از توان‌ها را نوشته پایه‌ها را ضرب می‌کنیم و اگر پایه‌ها برابر باشند، یکی از پایه‌ها را می‌نویسیم و توان‌ها را جمع می‌کنیم.

$$9^7 = (2 \times 4.5)^7 = 2^7 \times (4.5)^7 = (4.5)^2 \times (4.5)^5 \times 2^7 = (4.5)^2 \times 2^7 \times (4.5)^5 = (3 \times 1.5)^5 \times 2^7 = 3^5 \times 1.5^5 \times 2^7$$

۱۰ - گزینه ۲ ابتدا حاصل عبارت را به دست می‌آوریم و بعد از آن مکعب و مربعش را حساب می‌کنیم:

$$A = 2^2 - (-1)^3 + 3^0 = 4 - (-1) + 1 = 4 + 1 + 1 = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مکعب } 6 = 6^3 = 216 \\ \text{مربع } 6 = 6^2 = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow 6^3 - 6^2 = 216 - 36 = 180$$

۱۱ - گزینه ۲

$$\underbrace{(2^5 + 2^5 + 2^5)}_{3 \times 2^5} \underbrace{(3^5 + 3^5)}_{2 \times 3^5} = 3 \times 2^5 \times 2 \times 3^5 = 3 \times 3^5 \times 2 \times 2^5 = 3^6 \times 2^6 = 6^6$$

۱۲ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: «:

$$1^{200} + 200^1 = 1 + 200 = 201$$

گزینه ۲: «:

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \quad 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243 \Rightarrow 5^3 < 3^5$$

گزینه ۳: «:

گزینه ۴:

$$\left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = 3\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{5} \quad , \quad \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

۱۳ - گزینه ۲ عدد (-1) به توان عددی فرد برابر -1 و به توان عددی زوج برابر 1 است.

$$\begin{aligned} & (-1)^1 \times 1 + (-1)^2 \times 2 + (-1)^3 \times 3 + \dots + (-1)^{24} \times 24 + (-1)^{25} \times 25 \\ &= -1 + 2 - 3 + 4 - \dots - 23 + 24 - 25 = (-1 + 2) + (-3 + 4) + \dots + (-23 + 24) - 25 \\ &= \underbrace{(+1) + (+1) + \dots + (+1)}_{+1 \times 12} - 25 = 12 - 25 = -13 \end{aligned}$$

۱۴ - گزینه ۳ تا آنجا که می‌توانیم سعی می‌کنیم پایه‌ها و یا توان‌ها را یکسان کنیم تا با ساده‌تر کردن حاصل را به دست آوریم:

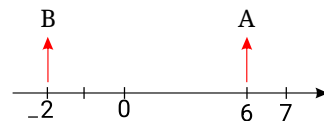
$$16 \times (2^5 \times 2^3 \times 3^3 \times 3^2)^2 = 2^4 \times (2^8 \times 3^5)^2 = 2^4 \times 2^{16} \times 3^{10} = 2^{20} \times 3^{10} = (2^2)^{10} \times 3^{10} = 4^{10} \times 3^{10} = 12^{10}$$

۱۵ - گزینه ۳

$$\overrightarrow{BA} = A - B = 6 - (-2) = 6 + 2 = 8$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC} & (1) \\ \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} = 8 & (2) \end{cases}$$

چون فاصله بین A تا 8 واحد است.



اکنون با جای‌گذاری رابطه (۱) در رابطه (۲) داریم:

$$\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{BC} = 8 \rightarrow 4\overrightarrow{BC} = 8 \rightarrow \overrightarrow{BC} = 2$$

۱۶ - گزینه ۱

$$\begin{cases} CA = A - C \\ CA = 8 - 2 = 6 \\ CB = 6 \div 2 = 3 \rightarrow CB = B - C \end{cases}$$

$$\xrightarrow{C=2} B - 2 = 3 \rightarrow B = 5$$

۱۷ - گزینه ۲

۱۸ - گزینه ۴ دو بردار $\overrightarrow{FA}$ و $\overrightarrow{CB}$ هم‌راستا و هم‌جهت نمی‌باشند، در نتیجه مساوی نیستند. $\overrightarrow{FA} \neq \overrightarrow{CB}$

۱۹ - گزینه ۴ ابتدا با استفاده از نقاط ابتدا و انتها، مختصات بردار را می‌یابیم:

$$\text{مختصات (طول) بردار} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4 \\ 2-2 \\ 7-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \rightarrow \text{ابتدا - انتها = بردار}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2m-3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 2m-3 = 5 \Rightarrow 2m = 8 \Rightarrow m = 4$$

۲۰ - گزینه ۱

انتها = مختصات بردار + ابتدا

$$\begin{bmatrix} 4a+3 \\ 1-b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a-1 \\ 3b+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+1 \\ -2b-1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5a+2 \\ 2b+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+1 \\ -2b-1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a+2 = 2a+1 \Rightarrow 5a-2a = 1-2 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \\ 2b+6 = -2b-1 \Rightarrow 2b+2b = -6-1 \Rightarrow 4b = -7 \Rightarrow b = -\frac{7}{4} \end{cases}$$

$$2a + 2b = 2\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{2}{3} - \frac{7}{2} = \frac{-4 - 21}{6} = -\frac{25}{6}$$

۲۱ - گزینه ۲ باید بردار انتقال کل را به دست آوریم:

$$\vec{V} = 2 \times \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} + (-5) \times \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix} + \left(-\frac{3}{2}\right) \begin{bmatrix} 16 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -35 \\ 15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -24 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -63 \\ 29 \end{bmatrix} \leftarrow \text{بردار } AB \text{ همان مختصات بردارها می باشد.}$$

۲۲ - گزینه ۴

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{مختصات نقطه جدید}$$

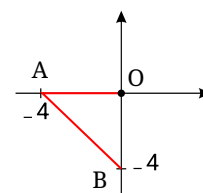
۲۳ - گزینه ۴ ابتدا مختصات داده شده را روی نمودار مشخص می کنیم و مثلث را می سازیم بنابراین:

$$OA = OB = 4 \quad \text{مثلث متساوی الساقین}$$

$$\hat{O} = 90^\circ$$

مثلث قائم الزاویه

$\Rightarrow$ مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین



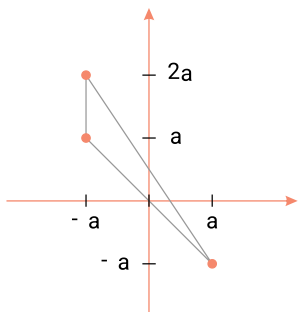
۲۴ - گزینه ۴

$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 4 + x_C = (-3) + 4 \Rightarrow x_C = 1 - 4 = -3$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow 2 + y_C = 2 + (-1) \Rightarrow y_C = 2 - 1 - 2 = -1$$

$$C = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۲۵ - گزینه ۲ ابتدا مختصات رئوس داده شده را روی نمودار رسم می کنیم، با توجه به شکل، قاعده مثلث به طول a و ارتفاع آن $2a$ است، پس:



$$S_{\Delta} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{a \times 2a}{2} = a^2$$